

主題 2 連比例

- 連比**：設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是不為 0 的三個數，則  $a$  比  $b$  比  $c$ ，記作  $a:b:c$ ，這樣的比稱為  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的連比。
- 連比例式**：若兩個連比  $a:b:c$  與  $d:e:f$  相等，則可寫成  $a:b:c=d:e:f$ ，像這樣的式子稱為連比例式。
- 連比例式的性質**：若  $x:y:z=a:b:c$ ，其中  $abc \neq 0$ ，則可令  $x=ar$ ， $y=br$ ， $z=cr$  ( $r \neq 0$ )。
- 求連比**：若知道  $x:y=a:b$ ， $y:z=b:c$ ，即可求出  $x:y:z=a:b:c$ 。
- 比例分配**：將  $m$  按連比例  $a:b:c$  分成三個部分，則此三個部份分別為  $\frac{ma}{a+b+c}$ 、 $\frac{mb}{a+b+c}$ 、 $\frac{mc}{a+b+c}$ 。
- 連比例的等價關係**：若  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $x$ 、 $y$ 、 $z$  均不為 0，則下列各敘述等價：
  - $x:y:z=a:b:c$ 。
  - $x:a=y:b=z:c$ 。
  - $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ 。
  - $x=ar$ ， $y=br$ ， $z=cr$  ( $r \neq 0$ )。

7. 連比例常考的五大類型：

型一	若 $x:y=2:5$ $y:z=3:4$ 求 $x:y:z$												
解法	<table style="margin-left: 20px;"> <tr><td><math>x</math></td><td><math>y</math></td><td><math>z</math></td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>6</td><td>15</td><td>20</td></tr> </table>	$x$	$y$	$z$	2	5			3	4	6	15	20
$x$	$y$	$z$											
2	5												
	3	4											
6	15	20											

型二	若 $3x=4y=5z$ 求 $x:y:z$
解法	<p>令 <math>3x=4y=5z=[3,4,5]r</math> 故 <math>x=4r</math>，<math>y=3r</math>，<math>z=6r</math> <math>r \neq 0</math> 所以 <math>x:y:z=4:3:6</math></p>

型三	若 $\frac{x}{5}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ 求 $x:y:z$
解法	<p>令 <math>\frac{x}{5}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}=r</math>，<math>r \neq 0</math> 故 <math>x=5r</math>，<math>y=2r</math>，<math>z=3r</math>，<math>r \neq 0</math> 所以 <math>x:y:z=5:2:3</math></p>

型四	若 $4xy=3yz=5zx$ 求 $x:y:z$
解法	<p>同除以 <math>xyz</math> 可得 <math>\frac{4}{z}=\frac{3}{x}=\frac{5}{y}</math> 故 <math>x:y:z=3:5:4</math></p>

型五	若 $2x-y-z=0 \dots (1)$ $x+3y+2z=0 \dots (2)$ 求 $x:y:z$
解法	<p><math>(2) \times 2 - (1)</math> 得 <math>-7y=5z</math> <math>(1) \times 3 + (2)</math> 得 <math>z=7x</math> 故 <math>x:y:z=1:-5:7</math></p>

### 小叮嚀：

1. 若  $x : y : z = a : b : c$ ，則 " $cx = by = az$ " 未必成立。
2. 若  $abc \neq 0$ ，且  $ax : by : cz = m : n : l$ ，則  $x : y : z = \frac{m}{a} : \frac{n}{b} : \frac{l}{c}$ 。
3. 若  $xyz \neq 0$ ，且  $ax = by = cz$ ，則  $x : y : z = bc : ac : ab$ 。
4. 若  $xyz \neq 0$ ，且  $axy = byz = cxz$ ，則  $x : y : z = b : c : a$ 。
5. 求連比時，應先將每一個比都化為最簡整數比，並將相同文字符號所對應的數化為一致，一般都取相同文字符號所對應數的最小公倍數。

### ◆◆觀念澄清是非題◆◆

- ( ) 1. 若  $x : y : z = 1 : 2 : 5$ ，則  $5x = 2y = z$ 。
- ( ) 2. 若  $x : y : z = 1 : 2 : 5$ ，則  $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} : \frac{1}{z} = 5 : 2 : 1$ 。