

主題 2 解一元一次方程式

1. **一元一次方程式**：只含一個未知數，且化簡後未知數的次數是一次的等式稱為一元一次方程式。

例： $3x+8=9$ 、 $-5x=0$ 、 $4y-5=6$ 都是一元一方程式。

2. **一元一次方程式的解(根)**：當一個方程式中的未知數，以某一個數代入計算後，可以使等號兩邊的值相等時，就稱該數為這個方程式的解或根。

3. **等量公理**：對於任意三個數 a 、 b 、 m ，若 $a=b$ ，則：

等量加法公理	$a+m=b+m$	$3x-1=5$ 得 $3x-1+1=5+1$ 得 $3x=6$
等量減法公理	$a-m=b-m$	$5x-3=8$ 得 $5x-3+3=8+3$ 得 $5x=11$
等量乘法公理	$a \times m = b \times m$	$\frac{x}{5}=4$ 得 $\frac{x}{5} \times 5 = 4 \times 5$ 得 $x=20$
等量除法公理	$a \div m = b \div m (m \neq 0)$	$3x=18$ 得 $3x \div 3 = 18 \div 3$ 得 $x=6$

4. **移項法則**：當一個數從等號的一邊移到另一邊時，該數前的運算符號變化如下：

- ① “-”改為“+”
- ② “+”改為“-”
- ③ “÷”改為“×”
- ④ “×”改為“÷”

移項法則，是由等量公理推導出來的結果。

5. **解一元一次方程式**：

整理方程式	化簡	求解
(1) 使等號一邊含有未知數，另一邊不含未知數 (2) 方程式中含有分數時，先去分母 (3) 先去括號，再移項	化簡等號兩邊 得 $ax=b(a \neq 0)$	方程式的解為 $x = \frac{b}{a}$
$\frac{2x+1}{4} - \frac{x-4}{6} = 2$ 同乘以 $[4, 2]=12$ ，得 $3(2x+1)-2(x-4)=2 \times 12$ 去括號，的 $6x+3-2x+8=24$	化簡等號兩邊 得 $4x+11=24$ $4x=13$	等號兩邊同除 4 得 $x = \frac{13}{4}$

註：驗算，將未知數的值，即 $x = \frac{b}{a}$ 代回元方程式檢驗

註：現階段處理的方程式一定可以化成 $ax=b$ 的形式，且 $a \neq 0$ 。($a=0$ 的部分，國中階段暫不討論)

6. (補充)一元一次方程式解的情形：

方程式 $ax+b=0$ 的條件	當 $a \neq 0$	當 $a=b=0$	當 $a=0, b \neq 0$
解	$x = -\frac{b}{a}$	x 為任意數	x 無解
解的個數	恰有一解	無限多解	無解