

## 主題 2 最大公因數與最小公倍數

### 1. 公因數與公倍數：

公 因 數	兩個或兩個以上整數的 <b>共同</b> 因數	12 的因數有 1、2、3、4、6、12 18 的因數有 1、2、3、6、9、18 所以 12 和 18 的公因數有 1、2、3、6
公 倍 數	兩個或兩個以上整數的 <b>共同</b> 倍數	12 的倍數有 12、24、36、48、60、72、... 18 的倍數有 18、36、54、72、... 所以 12 和 18 的公倍數有 36、72...

**公因數的求法：** a. 列舉法(羅列法)、 b. 先求出最大公因數，則此最大公因數的所有因數即為所求

### 2. 最大公因數(a, b)：兩個或兩個以上的整數，其公因數中**最大**的數就稱為最大公因數。

質因數分解法	短除法
(1) 先化為 <b>標準分解式</b> (2) 取 <b>相同質因數次方較小者</b> 相乘	<b>全部數</b> 找不到比 1 大的公因數及停止
$18 = 2 \times 3^2$ $24 = 2^3 \times 3$ $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 所以 $(18, 24, 60) = 2 \times 3 = 6$	$\begin{array}{r l} 2 & 18 \quad 24 \quad 60 \\ \hline 3 & 9 \quad 12 \quad 30 \\ \hline & 3 \quad 4 \quad 10 \end{array}$ ←3、4、10 無法找到比 1 大的公因數 所以 $(18, 24, 60) = 2 \times 3 = 6$

**補：**若兩數比較大，則可以用輾轉相除法求出最大公因數。

### 3. 最小公倍數[a, b]：兩個或兩個以上的整數，其公倍數中**最小**的數就稱為最小公倍數。

質因數分解法	短除法
(1) 先化為 <b>標準分解式</b> (2) 取 <b>所有質因數次方較大者</b> 相乘	<b>任兩數</b> 找不到比 1 大的公因數及停止
$18 = 2 \times 3^2$ $24 = 2^3 \times 3$ $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 所以 $[18, 24, 60] = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$	$\begin{array}{r l} 2 & 18 \quad 24 \quad 60 \\ \hline 3 & 9 \quad 12 \quad 30 \\ \hline 2 & 3 \quad 4 \quad 10 \\ \hline & 3 \quad 2 \quad 5 \end{array}$ ←任兩數找不到比 1 大的公因數 所以 $[18, 24, 60] = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$

### 4. 互質：如果兩個整數的最大公因數等於 1，就稱這兩個數互質。

### 5. 最大公因數與最小公倍數的求法：(1)表列法 (2)質因數分解法 (3)短除法 (4)輾轉相除法。

### 6. 最大公因數與最小公倍數的關係：若 a、b 均為正整數，則 $axb = (a, b) \times [a, b]$ 。

**注意：**三個數以上，則不成立 **註：**若  $(a, b) = 1$ ，則  $[a, b] = a \times b$ 。