

主題 1 正負數、數線與絕對值

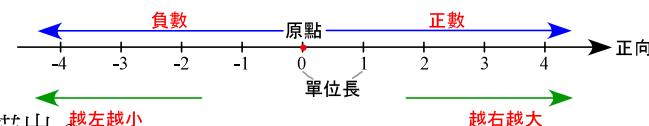
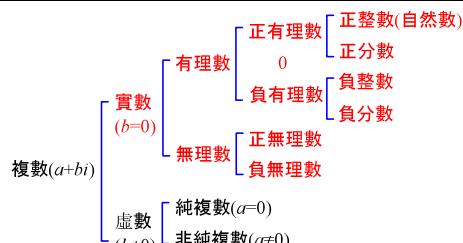
1. 數(有理數)的分類:

負數(小於 0 的數)	0	正數(大於 0 的數)
負整數: $-1, -2, -3, -4, \dots$		正整數(自然數): $1, 2, 3, 4, \dots$
負分數: $-\frac{3}{5}, -\frac{9}{8}, -3\frac{1}{2}, \dots$	非正數 非負數	正分數: $\frac{3}{5}, \frac{9}{8}, 3\frac{1}{2}, \dots$
負小數: $-0.007, -3.5, -8.4, \dots$		正小數: $0.007, 3.5, 8.4, \dots$

補: 右表中，紅色部分分類為國中時期的進度

註: 循環小數可轉換為分數，故循環小數為有理數。

註: -1 為最大負整數、 1 為最小正整數



2. 數線:

(1) **數線的三要素:** 原點、正向、單位長。

(2) 在原點右邊的數為正數，在原點左邊的數為負數。

(3) 在數線上，右邊的數必定大於左邊的數。

(4) 欲在數線上描出小數，可以先將小數化成分數較易描出。

例: 把 4.25 化成 $4\frac{1}{4}$ ，把 8.375 化成 $8\frac{3}{8}$ 等。

註: 常用的分數與小數： $\frac{1}{2}=0.5, \frac{1}{4}=0.25, \frac{3}{4}=0.75, \frac{1}{8}=0.125, \frac{3}{8}=0.375, \frac{5}{8}=0.625, \frac{7}{8}=0.875$

3. 數線上點的座標之記法:

若數線上 P 點表示的數為 a ，就稱 P 點的座標為 a ，以符號 $P(A)$ 表示。

4. 性質符號與運算符號:

(1) **性質符號:** 當「+」與「-」用來表示一個數是正數或負數時。

(2) **運算符號:** 當「+」與「-」用來表示加法或減法運算時。

例: $6+(-3)$ 算式中，「+」是運算符號，「-」是性質符號。

5. 同號數與異號數:

性質符號相同的數稱為同號數，性質符號不同的數稱為異號數。

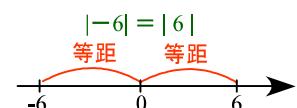
6. 相反數:

數字相同，但性質符號相反的兩個數，就稱他們互為相反數。

(1) 若 a, b 互為相反數，則 $a+b=0$ 。**(相反數相加等於 0)**

(2) 數線上，位於原點兩側，且與原點距離相等的兩數互為相反數。

例: (1) 9 的相反數為 -9 。 (2) $-(-8)$ 的相反數為 -8 (3) 0 的相反數是 0 。



7. 絕對值:

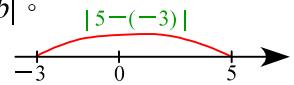
數線上一點 $M(x)$ 到原點的距離，即為 x 的絕對值，以符號 $|x|$ 表示。

(1) 若 $|x|=a$ ($a \geq 0$)，則 $x=a$ 或 $x=-a$ ，可以簡記為 $x=\pm a$ 。

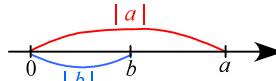
例: $|x|=6$ ，則 $x=\pm 6$ (表示數線上兩個點到原點的距離是 6)

例: $|x|=-3$ ，則找不到 x ，故無解。(x 與原點的距離不可能是負的)

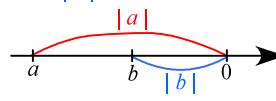
(2) 數線上兩點距離：若數線上有兩點 $A(A)$ 、 $B(B)$ ，則此兩點的距離 $\overline{AB} = |a - b|$ 。
 例：數線上有兩點 $A(5)$ 、 $B(-3)$ ，則 $\overline{AB} = |5 - (-3)| = 8$



(3) 若 a 、 b 均為正數 且 $|a| > |b|$ ，則 $a > b$ 。



(4) 若 a 、 b 均為負數 且 $|a| > |b|$ ，則 $a < b$ 。



$$(5) |a| = \begin{cases} a, & \text{當 } a \geq 0 \\ -a, & \text{當 } a < 0 \end{cases}$$

例： $|9| = 9$ ， $|-6| = -(-6) = 6$ ，

補： $|a|$ 的意思等同於 \sqrt{a} ，即 $\sqrt{a} = \begin{cases} a, & \text{當 } a \geq 0 \\ -a, & \text{當 } a < 0 \end{cases}$

$$(6) |a - b| = \begin{cases} a - b, & \text{當 } a \geq b \\ b - a, & \text{當 } a < b \end{cases}$$

例：若 $x = -3$ ，則 $|x + 5| + |x - 2| = (x + 5) + [-(x - 2)] = 7$

(7) 若 $|a| + |b| = 0$ ，則 $a = b = 0$

例： $|a - 3| + |b + 8| = 0$ ，則 $a - 3 = 0$ 且 $b + 8 = 0$ ，所以 $a = 3$ ， $b = -8$ 。

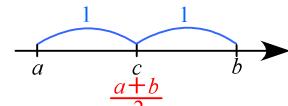
(8) 設 n 為正整數，則絕對值小於 n 的正整數 x 共有 $(n - 1)$ 個。

例：若 x 為正整數且 $|x| < 5$ ，則滿足此式的 n 有 $1, 2, 3, 4$ 共 4 個。

(9) 若 n 為正整數，則絕對值小於 n 的整數 x 有 $(2n - 1)$ 個

例：若 x 為整數且 $|x| < 5$ ，則滿足此式的 n 有 $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ 共 9 個。

(10) 數線上 a 、 b 兩點的中點座標 C 為 $\frac{a+b}{2}$ 。



例：若數線上有兩點 $A(5)$ 、 $B(-3)$ ，則 A 、 B 的中點為 $\frac{5 + (-3)}{2} = 1$

補：分點公式：數線上兩點 A 、 B ，今 C 在 A 、 B 之間且 $\overline{AC} : \overline{BC} = m : n$ ，則 $C = \frac{mA + nb}{m+n}$

8. 遷移律：設 a 、 b 、 c 三數，若 (1) $a = b$ ， $b = c$ ，則 $a = c$ (2) $a > b$ ， $b > c$ ，則 $a > c$

9. 三一律：若 a 、 b 兩數可以比大小，則下列三種關係恰有一種成立：(1) $a > b$ (2) $a = b$ (3) $a < b$

◆◆觀念澄清是非題◆◆

- () 1. 整數包含正整數、負整數與 0。
- () 2. 5 的相反數是 -5 ， -5 的相反數是 5 ，0 沒有相反數。
- () 3. 若 a 與 b 互為相反數，則 $|a| = |b|$ ，且 $a + b = 0$ 。
- () 4. 一個數的絕對值越大，其值也越大。
- () 5. 最大的負數是 -1 。
- () 6. 若 $|A| > |B|$ ，則 $A > B$ 。